

## Modelagem matemática para a infestação de mexilhões dourados no reservatório da hidroelétrica de Jupuíá-SP

Charles Henrique Xavier Barreto Barbosa<sup>1</sup>  Claudia Mazza Dias<sup>1</sup>   
Dayse Haime Pastore<sup>2</sup>  José Carlos Rubianes Silva<sup>2</sup>   
Anna Regina Corbo Costa<sup>2</sup>  Raquel Medeiros Andrade Figueira<sup>3</sup>   
Humberto Freitas de Medeiros Fortunato<sup>3</sup> 

(1) Universidade Federal Rural do Rio de Janeiro, Programa de Pós graduação em Modelagem Matemática e Computacional. BR 465, Km 07 23897-000, Seropédica, Rio de Janeiro, Brasil. E-mail: charles.hxbb@gmail.com, mazza@ufrj.br

(2) Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca. Departamento de Matemática. Av. Maracanã, 229 20271-110, Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil. E-mail: dayse.pastore@cefet-rj.br, jose.rubianes@cefet-rj.br, anna.costa@cefet-rj.br

(3) Hubz. Av. Rio Branco 181/601 20040-918, Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil. E-mail: raquel.figueira@hubz.com.br, humberto.fortunato@hubz.com.br

---

Barbosa, C. H. X. B. *et al.* (2021) Modelagem matemática para a infestação de mexilhões dourados no reservatório da hidroelétrica de Jupuíá-SP  
*Pesquisa e Ensino em Ciências Exatas e da Natureza*, 1(1):01-10.

---

**Editor acadêmico:** A ser definido. **Recebido:** dia mês ano. **Aceito:** dia mês ano. **Publicado:** dia mês ano.

---

**Resumo:** A presença do invasor biológico conhecido como mexilhão dourado se apresenta como uma importante ameaça ao funcionamento de hidroelétricas por se acumular nas estruturas comprometendo seu funcionamento. Neste estudo, propomos um modelo matemático para a dinâmica de crescimento da espécie no reservatório de Jupuíá-SP. Os resultados evidenciaram o processo de infestação a partir da saída do rio Tietê e avançando gradativamente pela região, atingindo áreas que merecem atenção. O estudo, portanto, tem potencial para colaborar com o planejamento de ações de controle da infestação na região.

**Palavras-chave:** Dinâmica Populacional; Invasão Biológica; Equações Diferenciais.

### Mathematical modeling for the infestation of golden mussels in Jupuíá-SP hydroelectric reservoir

**Abstract:** The presence of the biological invader known as the golden mussel presents itself as an important threat to the functioning of hydroelectric plants, as it accumulates in the structures, compromising their functioning. In this study, we propose a mathematical model for the growth dynamics of the species in the Jupuíá-SP reservoir. The results showed the infestation process from the outlet of the Tietê river and gradually advancing through the region, reaching areas that deserve attention. Therefore, the study has the potential to collaborate with the planning of infestation control actions in the region.

**Key words:** Population Dynamics; Biological Invasion; Differential Equations.

---

## Introdução

As invasões biológicas representam grande ameaça à integridade do equilíbrio aquático de um ecossistema. Pontos como condições do ambiente, disponibilidade de alimento, número de indivíduos introduzidos e ausência de predadores são fatores importantes no processo de bioinvasão (Souza *et al.*, 2009). Frente a um cenário favorável ao processo de bioinvasão, destaca-se o molusco exótico *Limnoperna fortunei* (Dunker, 1857), conhecido como mexilhão dourado. O molusco é bivalve (concha composta por duas valvas) e de água doce. Sabe-se que tem origem no sudeste asiático, possui notável preferência por ambientes antrópicos (i.e., alterados pelo homem) e tem rápida proliferação (Boltovskoy *et al.*, 2006; Cataldo & Boltovskoy, 2000). Essa espécie tem alto potencial invasor, se alimenta por regime de filtragem de algas e detritos orgânicos (Sylvester *et al.*, 2005) e se mostra versátil a muitos ambientes. Considerando sua rápida proliferação, torna-se uma ameaça global que demanda receio, tendo em vista que o transporte aquático favorece a invasão a partir da bioincrustação e utilização de água de lastro (Ricciardi, 1998). Especificamente, na América do Sul o molusco tem seu primeiro registro ao fim da década de oitenta no estuário do Rio de la Plata (Argentina) e expandiu sua presença consistentemente contra a corrente dos rios Paraná e Uruguai, tendo sua presença registrada em fase adulta no estado de São Paulo em 2002 (Boltovskoy *et al.*, 2006).

Assim como seus impactos ambientais promovidos pela infestação, os danos ao funcionamento de usinas hidroelétricas (UHE's) também requerem atenção. A correnteza da água facilita o acesso interno das larvas do mexilhão às plantas hidroelétricas e, em um ambiente de fornecimento contínuo de alimento e oxigênio, o mexilhão dourado atinge a fase adulta se aderindo às tubulações (Ricciardi, 1998). À medida que a densidade populacional do mexilhão adulto aumenta, o fluxo de água diminui e limpezas passam a ser requeridas para manutenção do funcionamento da UHE, resultando em mais gastos e em menor eficiência para a usina. Existem diversas pesquisas que modelam a dinâmica populacional de espécie de mexilhão. Alguns estudos evidenciam a relação entre as populações de algas e mexilhões (van de Koppel *et al.*, 2015), bem como modificações deste modelo têm sido feitas estudadas, como em (Zhou *et al.*, 2021). O presente trabalho propõe um modelo matemático de equações diferenciais parciais (EDP's) que simule a dinâmica da densidade populacional do mexilhão dourado, ao longo do tempo, na UHE de Jupιά, localizada no rio Paraná, na divisa dos Estados de São Paulo e Mato Grosso do Sul.

## Metodologia

### Área de Estudo

Concluída em 1974, a Usina hidroelétrica Engenheiro Souza Dias (UHE Jupιά) se situa no rio Paraná, entre as cidades de Andradina e Castilho (São Paulo) e Três Lagoas (Mato Grosso do Sul). A UHE possui alta capacidade de geração de potência (1.551,2 MW) e compõe o sexto maior complexo hidrelétrico do mundo (da Mata, 2011). Diante de sua representatividade no cenário de geração energética, e considerando que altas densidades do molusco causam perda de carga (Simeão *et al.*, 2011), paradas de manutenção são realizadas de modo mais frequente, o que representa significativas perdas econômicas e riscos para geração energética nacional. Essa informação foi fornecida por companhias que financiam o projeto Mexilhão Dourado (CTG Brasil, SPIC Brasil e Tijoá Energia). Como pode ser observado na Figura 1, o rio Tietê e o rio Sucuriú compõem o rio Paraná

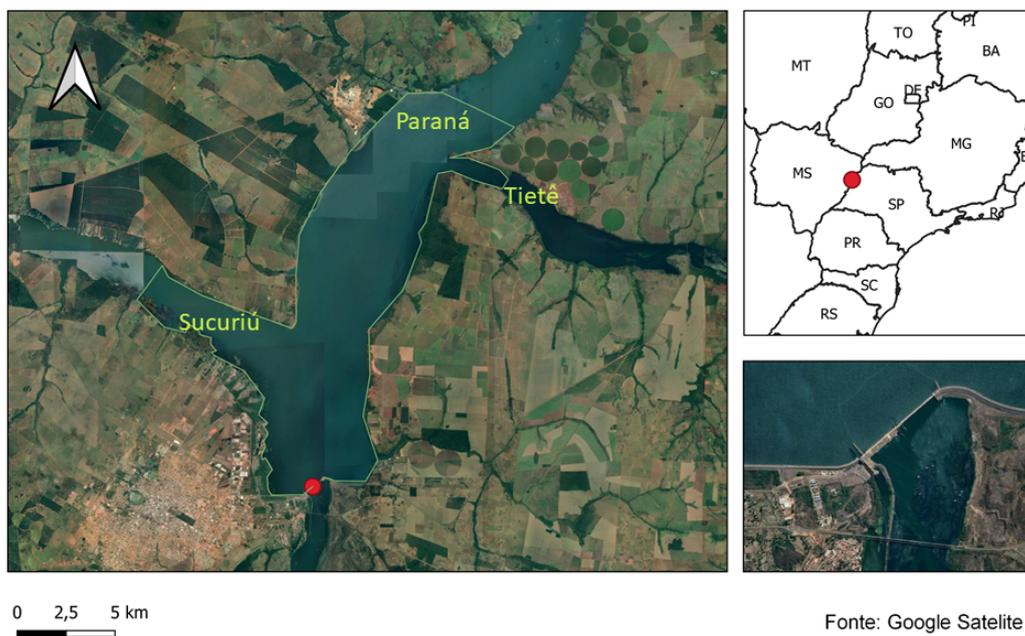


Figura 1: Visão geral da UHE Engenheiro Souza Dias (Jupiá). Fonte: Google Earth<sup>®</sup>.

alimentando a UHE Jupiá, que já registra a infestação do mexilhão dourado. Como se trata de uma região com alto transporte fluvial, a disseminação do invasor, seja em fase adulta ou larval, foi favorecida, de modo que ele pode ser encontrado em diferentes densidades ao longo de toda a região. Desse modo, um modelo matemático de crescimento populacional do mexilhão dourado, levando em conta as particularidades da região (distribuição espacial) é ferramenta interessante no desenvolvimento de futuras estratégias de combate a infestação.

O mexilhão dourado consegue atingir níveis populacionais significativos dentro de um reservatório, tendo em vista que o substrato rígido e o fluxo contínuo de alimento corroboram para a colonização (Boltovskoy *et al.*, 2006; Ricciardi, 1998; Silva *et al.*, 2016). Frente a este cenário, a quantificação populacional da espécie na região se mostra pertinente para estudo, de modo que o conhecimento sobre áreas de preferência, densidade de indivíduos e capacidade suporte são pontos fortes para acompanhamento da dinâmica e desenvolvimento de estratégias de controle, como, por exemplo, a limpeza das grades de proteção das tubulações da UHE. Como os atuais métodos de quantificação populacional podem se mostrar exaustivos e trabalhosos (Pie *et al.*, 2017), e levando-se em conta a dificuldade para com as dimensões de regiões de estudo, o desenvolvimento de um modelo matemático para o crescimento das populações, devidamente calibrado, pode fornecer importantes informações. Dessa forma, o presente trabalho propõe um modelo matemático baseado em um sistema de EDP's descrito à seguir.

## Modelagem Matemática

O modelo de crescimento que será proposto admite como entrada o campo de velocidade da região de estudo. Esse campo de velocidade foi modelado considerando um escoamento laminar de fluido incompressível na região  $\Omega$ , descrito pelas equações de Navier-Stokes e a equação da continuidade (Fox *et al.*, 2000) e resolvido pelo método dos elementos finitos (MEF) (Johnson, 1987). Dessa forma, o presente trabalho admite a

discretização do domínio em uma malha de elementos triangulares lineares, gerada a partir de coordenadas georreferenciadas pelo software *Gmsh*<sup>®</sup>. Como pode ser observado na Figura 2, o domínio  $\Omega$  admite entrada de fluxo constante, através dos rios Sucuriú, Paraná e Tietê, com velocidades médias de  $0,05\text{ m/s}$ ,  $0,15\text{ m/s}$  e  $0,4\text{ m/s}$  – estimadas através de (IMASUL, 2015; Itaipu, 2010; Tercini & Mélo, 2016) –, respectivamente, e saída de fluxo na UHE. A Figura 2 também apresenta o campo de velocidades considerado.

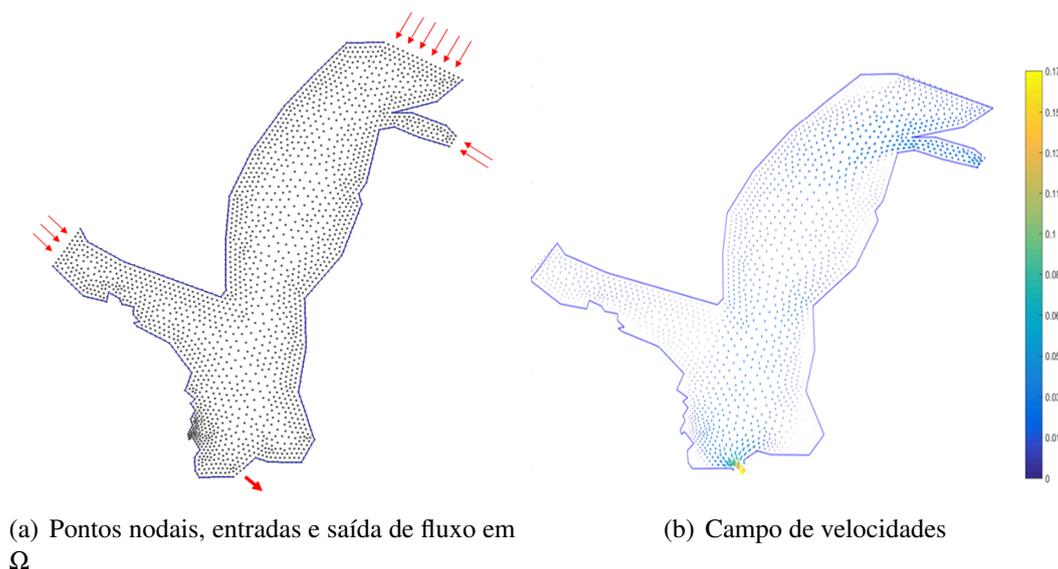


Figura 2: Condições iniciais para Jupia.

O modelo matemático de crescimento populacional proposto (Silva *et al.*, 2022) é constituído por três equações diferenciais que correspondem à variação temporal do nível populacional de larvas do mexilhão representado por  $L$ , do nível populacional de mexilhões adultos representado por  $M$  e do nível populacional de algas representado por  $A$ . O modelo pode ser compreendido como,

$$\frac{\partial L}{\partial t} = r_1 M \left( 1 - \frac{L}{K_L} \right) - b_1 L + D_L \nabla^2 L - V \cdot \nabla L - \lambda L, \quad (1)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \lambda \left( \frac{A^2}{c_1^2 + A^2} \right) L \left( 1 - \frac{M}{K_M} \right) - b_2 M + D_M \nabla^2 M, \quad (2)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} = r_2 A \left( 1 - \frac{A}{K_A} \right) - b_3 \left( \frac{A^2}{c_2^2 + A^2} \right) M + D_A \nabla^2 A - V \cdot \nabla A. \quad (3)$$

Na primeira equação do modelo proposto, é possível destacar que  $r_1$  representa a taxa intrínseca de crescimento do nível populacional de larvas;  $K_L$ , que diz respeito a capacidade suporte das larvas;  $b_1$  representa a taxa de perda populacional devido à predação das larvas;  $D_L$  é o coeficiente de difusão de larvas;  $V$  o campo de velocidade superficial;  $\lambda$  diz respeito à taxa de maturação das larvas. Ainda, a primeira parcela compreende o crescimento populacional relacionado à população de mexilhões adultos, tendo em vista que produzem as larvas e este crescimento é arrefecido pela razão adimensional da população larval ( $L$ ) e sua capacidade suporte ( $K_L$ ), que evidencia o crescimento logístico (Edelstein-Keshet, 2005). As parcelas de perda populacional relacionadas à predação de

larvas e sua respectiva maturação foram modeladas em função do produto destas taxas pelo nível populacional. Por fim, a primeira equação do modelo proposto considera a difusão de larvas ao longo do domínio estudado, modelado pela parcela  $D_L \nabla^2 L$  e um termo advectivo relacionado à suspensão das larvas na coluna de água (Cataldo *et al.*, 2005), modelado por  $V \cdot \nabla L$ .

Na segunda equação do modelo, deve-se destacar que  $K_M$  representa a capacidade suporte populacional para o mexilhão adulto;  $b_2$  a taxa de perda populacional devido à predação por peixes do ambiente;  $D_M$  representa o coeficiente de difusão do mexilhão adulto;  $c_1$  e  $c_2$  correspondem às constantes de saturação média. Foi escolhido associar o crescimento da população de mexilhões diretamente com as larvas maturadas e uma proporção variável relacionada à predação das algas. A equação também evidencia um termo logístico explícito para os mexilhões (Zhou *et al.*, 2021). A escolha da parcela quadrática para representar a dinâmica de interação mexilhão-alga ocorreu ao se compreender que, diferente do termo linear e da cinética de Michaelis-Menten, o termo quadrático representa melhor o cenário real. Isto é, em condições escassas de população de algas, os mexilhões têm crescimento muito limitado, no entanto, acompanham quase linearmente o crescimento da população de algas depois de certo estágio e, por fim, mesmo com recursos abundantes (algas) encontram um platô para o crescimento populacional dos mexilhões. Ademais, também foi escolhido considerar uma pequena difusão da população dos mexilhões, que está relacionada à fase recruta (início da fase adulta) enquanto busca por substrato para aderência.

Por fim, na terceira equação do modelo proposto é possível destacar que  $r_2$  representa a taxa intrínseca de crescimento do nível populacional das algas;  $K_A$  a capacidade suporte das algas;  $b_3$  a taxa de perda por conta da predação pelo mexilhão adulto;  $D_A$  o coeficiente de difusão das algas. Seu crescimento é interpretado diretamente sobre seu nível populacional e arrefecido pela sua capacidade suporte, que evidencia, também, uma relação logística. Sua perda populacional devido à predação foi modelada levando em conta o nível populacional dos mexilhões adultos, sua taxa associada e a proporção quadrática da dinâmica de interação da predação. A difusão das algas também foi considerada através da parcela  $D_A \nabla^2 A$  e um termo advectivo relacionado à suspensão das algas (microalgas), modelado por  $V \cdot \nabla A$ .

O modelo proposto foi resolvido em cada ponto nodal a partir de um código desenvolvido em *MATLAB*®. No código, foi utilizado o MEF (Johnson, 1987) para a discretização espacial e o método de Crank-Nicolson (Crank & Nicolson, 1947) para a discretização temporal. A Tabela 1 apresenta os parâmetros utilizados durante a simulação. É necessário destacar que alguns destes tiveram de ser adotados de acordo com interpretações de campo.

## Resultados e discussão

Visando simular uma condição de início de infestação na região de estudo, foram adotadas as seguintes hipóteses: as larvas chegam ao reservatório, majoritariamente, pelo fluxo do rio Tietê. O início da infestação também se deve ao transporte fluvial no rio Paraná. Devido a localização de uma fazenda de piscicultura, foi considerada a presença de mexilhões adultos em específicos pontos que correspondem aos tanques-rede próximos à entrada do rio Paraná. Assim, considerou-se a população inicial de mexilhões adultos  $M(0) = 350 \text{ g/m}^2$  próxima aos tanques-rede de piscicultura. Foi considerada uma população inicial de larvas ao longo do rio Tietê  $L(0) = 0,02 \text{ g/l}$  e de algas, distribuídas

Tabela 1: Valores dos Parâmetros.

Parâmetro	Valor	Unidade	Referência
$D_A$	1,2	$m^2 dia^{-1}$	(Cangelosi <i>et al.</i> , 2015)
$D_L$	0,012	$m^2 dia^{-1}$	(van de Koppel <i>et al.</i> , 2015)
$D_M$	0,0012	$m^2 dia^{-1}$	(Montresor, 2014)
$b_1$	0,015	$dia^{-1}$	(Montresor, 2014)
$b_2$	0,01	$dia^{-1}$	Adotado
$b_3$	0,0002	$m^{-1} dia^{-1}$	(Montresor, 2014)
$\lambda$	0,03	$dia^{-1}$	Adotado
$r_1$	0,07	$m^{-1} dia^{-1}$	Adotado
$r_2$	0,12	$m^{-1} dia^{-1}$	Adotado
$K_L$	20	$gl^{-1}$	Adotado
$K_M$	1732	$gm^{-2}$	Medição de Campo
$K_A$	0,01	$gl^{-1}$	Adotado
$c_1$	0,001	$gl^{-1}$	Adotado
$c_2$	0,001	$gl^{-1}$	Adotado

uniformemente ao longo do domínio,  $A(0) = 0,001 g/l$ . As Figuras 3 e 4 mostram os resultados das simulações com 180 dias e 360 dias, respectivamente, onde é possível notar a evolução temporal das populações de mexilhões ( $kgm^{-2}$ ), larvas ( $g/L$ ) e algas ( $g/L$ ), conforme a legenda das figuras.

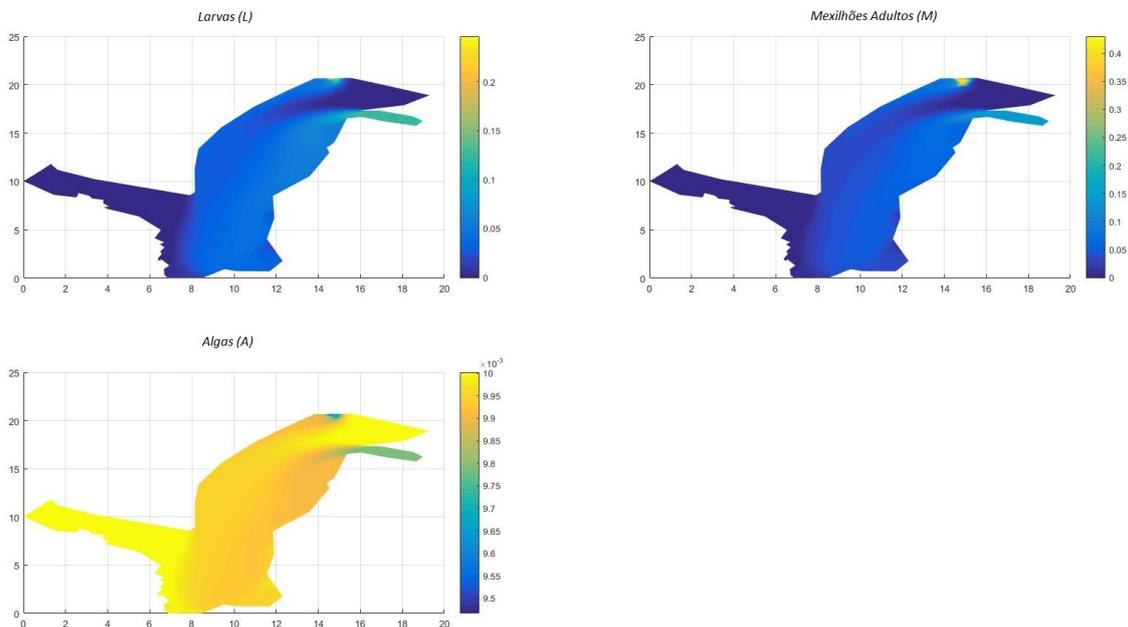


Figura 3: Resultados da simulação com 180 dias para nível de densidades populacionais em relação a coordenadas ( $km$ ).

## Conclusões

A partir dos resultados, é possível concluir que existe uma concentração de mexilhões no rio Tietê e, de acordo com o esperado, o contorno à direita da região de domínio

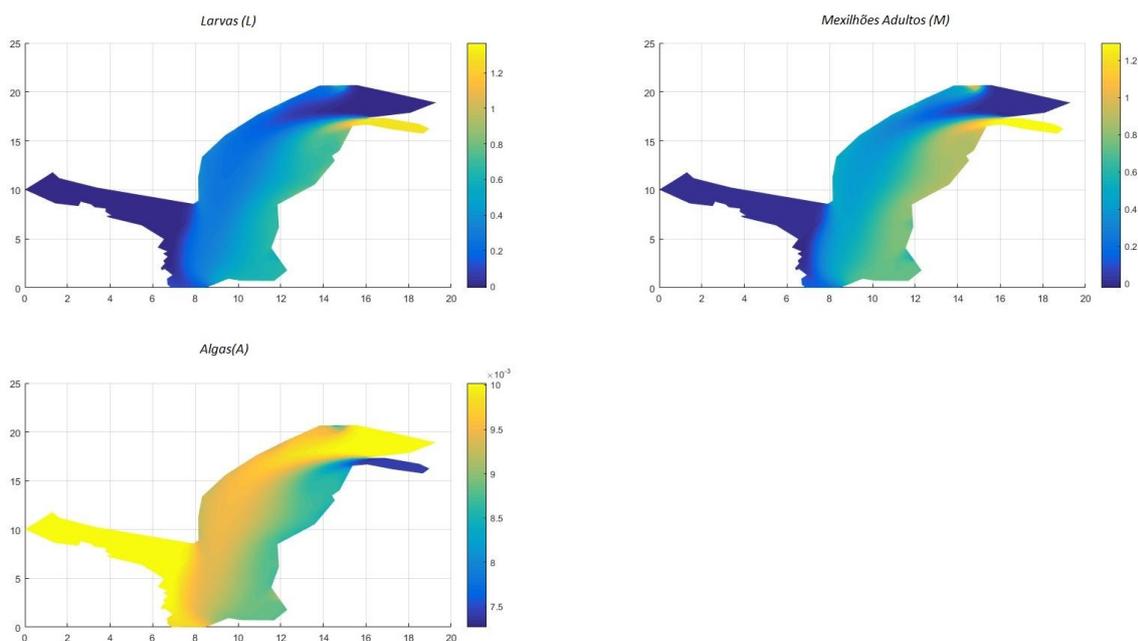


Figura 4: Resultados da simulação com 360 dias para nível de densidades populacionais em relação a coordenadas ( $km$ ).

já insinua colonização nas bordas. Ademais, o resultado do modelo para 360 dias de simulação, representado pela Figura 4, registra a marca de  $0,8 \text{ kgm}^{-2}$  na barragem de Jupiá e atingindo  $1,2 \text{ kgm}^{-2}$  próximo ao rio Tietê, corroborando com a tendência de crescimento estimada pela situação atual de campo da região de estudo, com espalhamento pelo contorno direito da região, que, por consequência, também pode ser evidenciada na significativa mudança dos gráficos de algas, principal fonte de alimento do mexilhão.

De modo similar, mas com distinta magnitude, os tanques-rede favorecem o espalhamento de mexilhões adultos no lado esquerdo do contorno até a entrada do rio Sucuriú que, por conta do fluxo menor, blinda o rio à entrada de larvas, protegendo a região que, em um ano de simulação, permanece limpa. Observe que o resultado de 180 dias, representado pela Figura 3, já evidencia essa dinâmica. No entanto, o lado direito registra maior densidade para 360 dias, conforme Figura 4.

Finalmente, a dinâmica de crescimento com 360 dias de simulação (Figura 4) é sugestiva ao atual cenário que a região apresenta, conforme apontam observações de campo e informações fornecidas pelas empresas que financiam o projeto. Todavia, para simulações mais prolongadas, há a tendência à homogeneização de mexilhões adultos ao longo do reservatório. Desse modo, o trabalho continua em desenvolvimento com intento de melhor representar o atual cenário de distribuição espacial do mexilhão adulto através de futuros estudos, como aprimoramento dos parâmetros através de mais visitas de campo e um estudo matemático de ajuste de parâmetros.

## Agradecimentos

Pesquisa realizada no âmbito do projeto “Controle da Infestação do Mexilhão dourado por indução genética da infertilidade”(PD-10381-0419/2019) com financiamento da CTG Brasil, SPIC Brasil e Tijoá Energia, dentro do Programa de Pesquisa & Desenvolvimento da ANEEL. O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de

## Referências

- Boltovskoy, D., Correa, N., Cataldo, D. & Sylvester, F. (2006) Dispersion and ecological impact of the invasive freshwater bivalve *Limnoperna fortunei* in the Río de la Plata watershed and beyond, *Biological Invasions*, 8(4), 947-963.
- Cangelosi, R. A., Wollkind, D. J., Kealy-Dichone, B. J. & Chaiya, I. (2015) Nonlinear stability analyses of Turing patterns for a mussel-algae model, *Journal of Mathematical Biology*, 70, 1249–1294.
- Cataldo, D. H. & Boltovskoy, D. (2000) Yearly reproductive activity of *Limnoperna fortunei* (Bivalvia) as inferred from the occurrence of its larvae in the plankton of the lower Paraná river and the Río de la Plata estuary (Argentina), *Aquatic Ecology*, 34.3, 307-317.
- Cataldo, D., Boltovskoy, D., Hermosa, J. L. & Canzi, C. (2005) Temperature-dependent rates of larval development in *Limnoperna fortunei* (Bivalvia: Mytilidae), *Journal of Molluscan Studies*, 71(1), 41-46.
- Crank, J., & Nicolson, P. (1947) A practical method for numerical evaluation of solutions of partial differential equations of the heat-conduction type, *Cambridge University Press*, Vol. 43, No. 1, pp. 50-67.
- da Mata, F. A. R. (2011) Abundância e distribuição temporal de *Limnoperna fortunei* Dunker, 1857 (Mollusca, Bivalvia) nos reservatórios de Itaipu (PR) e Jupia (SP), Dissertação de Mestrado, UFOP.
- IMASUL - Instituto de Meio Ambiente de Mato Grosso do Sul. RIMA - Aproveitamento Hidrelétrico Inocência, 2015.
- Edelstein-Keshet, L. (2005) *Mathematical models in biology*. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Fox, R. W., Pritchard, P. J., & McDonald, A. T. (2000) *Introdução à Mecânica dos Fluidos*. Grupo Gen-LTC.
- Itaipu Binacional. Disponível em: <https://www.itaipu.gov.br/energia/rio-parana> (Acessado em 29/10/2021).
- Johnson, C. (1987) Numerical solution of partial differential equations by the finite element method, *Cambridge University Press*.
- Montresor, L. C. (2014) Implicações Ecotoxicológicas do controle químico de *Limnoperna fortunei* (Dunker, 1857) (Bivalvia: Mytilidae), Tese de Doutorado, UFMG.
- Pie, M. R., Ströher, P. R., Agostinis, A. O., Belmonte-Lopes, R., Tadra-Sfeir, M. Z. & Ostrensky, A (2017). Development of a real-time PCR assay for the detection of the golden mussel (*Limnoperna fortunei*, Mytilidae) in environmental samples, *Anais da Academia Brasileira de Ciências*, 89, 1041-1045.

- Ricciardi, A. (1998) Global range expansion of the Asian mussel *Limnoperna fortunei* (Mytilidae): another fouling threat to freshwater systems, *Biofouling*, 13(2), 97-106.
- Silva, F. A., Barbosa, N. P. U., Paula, R. S., Carvalho, V. A., Corrêa, A., Cardoso, A. V. & de Carvalho, M. D. (2016) Mexilhão-Dourado no Brasil: Detecção de um perigoso invasor, *Ciência Hoje*, 338(57), 38-42.
- Silva, J. C. R., Dias, C. M., Pastore, D. H., Costa, A. R. C., Figueira, R. M. A., Fortunato, H. F. M., Barbosa, C. H. X. B. & Carvalho, B. C. (2022) Population growth of the golden mussel (*L. fortunei*) in hydroelectric power plants: a study via mathematical and computational modeling. *Brazilian Journal of Water Resources*, Vol. 27. DOI:10.1590/2318-0331.272220210124.
- Simeão, C. M. G., de Resende, M. F., & Martinez, C. B. Variação das Características Hidráulicas em Conduitos Forçados Operando sob Condições de Infestação por *Limnoperna fortunei*, *Revista Brasileira de Recursos Hídricos*, v.16, n.2, 13-24.
- Souza, R. C. C. L. D., Calazans, S. H. & Silva, E. P. Impacto das Espécies Invasoras no Ambiente Aquático, *Ciência e Cultura*, 61(1), 35-41.
- Sylvester, F., Dorado, J., Boltovskoy, D., Juarez, A. & Cataldo, D. (2005) Filtration rates of the invasive pest bivalve *Limnoperna fortunei* as a function of Size and Temperature, *Hydrobiologia*, 534: 51-80.
- Tercini, J. R. B., & Mélo, A. V. (2016) Modelo de simulação de OD e DBO integrando rio e reservatório aplicado ao rio Tietê, *RBRH*, 21, 338-346.
- van de Koppel, J., Rietkerk, M., Dankers, N. & Herman, P. M. J. (2015) Scale-dependent feedback and regular spatial patterns in young mussel beds, *The American Naturalist*, 165, E66–E77.
- Zhou, D., Liu, M., Qi, K., & Liu, Z. (2021) Long-time behaviors of two stochastic mussel-algae models, *Mathematical Biosciences and Engineering*, 18(6), 8392-8414.